**V204: Wärmeleitung von Metallen**

Protokoll zum Versuch des Anfängerpraktikums für Medizinphysiker  
Technische Universität Dortmund

**Michelle Wendler & Phuong Quynh Ngo**Gruppe 4

Versuchsdatum: 06.12.2019  
Protokoll verfasst am: 11.12.2019

**michelle.wendler@tu-dortmund.de  
phuong-quynh.ngo@tu-dortmund.de**

**1 Ziel des Versuches**

Bei diesem Versuch soll die Wärmeleitfähigkeit von Aluminium, Messing und Edelstahl untersucht werden. Zudem sollen die stoffspezifischen Wärmeleitfähigkeiten der einzelnen Metalle bestimmt werden.

**2 Theorie**

Wärmetransport wird durch Temperaturunterschiede in einem System verursacht. Dabei kann dieser auf 3 verschiedene Arten erfolgen: Konvektion, Wärmestrahlung und Wärmeleitung. In diesem Versuch ist jedoch nur die Wärmeleitung von Relevanz.

Wird ein Temperaturgefälle entlang eines Stabes mit der Länge und der Querschnittsfläche , dessen Material die Dichte und spezifische Wärme aufweist, verursacht, so kommt es zu einem Wärmestrom entlang des Temperaturgradienten. Der Wärmestrom wird über die Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 1 ) |

berechnet, wobei die Proportionalitätskonstante die stoffspezifische Wärmeleitfähigkeit und den Temperaturgradienten darstellen. Wärmestrom erfolgt in Richtung der niedrigeren Temperatur, weshalb sich in der Gleichung ein Minus-Zeichen vorfinden lässt.

Aus Formel ( 1 ) folgt für die Wärmestromdichte

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 2 ) |

Mit Hilfe der beiden Gleichungen ( 1 ) und ( 2 ) und der Kontinuitätsgleichung folgt die eindimensionale Wärmeleitungsgleichung

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 3 ) |

welche die räumliche- und zeitliche Entwicklung der Temperaturverteilung beschreibt. beschreibt hier die Dichte und die spezifische Wärmekapazität des Materials.

Wird ein Stab periodisch erwärmt und abgekühlt, so breitet sich in diesem eine Temperaturwelle aus, die durch die Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 4 ) |

beschrieben wird. beschreibt hierbei die Amplitude und ω die Kreisfrequenz. Wie jede andere Welle auch breitet sich die Temperaturwelle mit einer gewissen Phasengeschwindigkeit aus. Die Phasengeschwindigkeit einer Temperaturwelle lässt sich über die Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 5 ) |

berechnen. Die Wärmeleitfähigkeit κ lässt sich mit Hilfe der Formeln für die Phase Φ und der Kreisfrequenz ω

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 6 ) |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 7 ) |

mit der Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 8 ) |

berechnen. Hierbei beschreiben die Periodendauer, das Amplitudenverhältnis an zwei Messtellen im Abstand die Dämpfung und die Phasendifferenz der Welle.

Mit der bestimmten Wärmeleitfähigkeit wird die Wellenlänge der jeweiligen Temperaturwelle über die Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 9 ) |

ermittelt.

**3 Versuchsaufbau und -beschreibung**

Die statische und die dynamische Methode werden beide mit Hilfe einer Grundplatte, auf welcher sich vier rechteckige Stäbe aus Aluminium, Edelstahl und Messing befinden, durchgeführt. Auf dieser Grundplatte befinden sich neben den Stäben ein Peltier-Element, mit dem die Stäbe geheizt und gekühlt werden können. An jedem der Stäbe werden jeweils an zwei Stellen in einem Abstand von die Temperaturen mit Thermoelementen gemessen und über ein ‚Temperatur Array‘ an einen Xplorer GLX Datenlogger weitergegeben. Vor der Durchführung muss die Grundplatte auf ‚COOL‘ gestellt und an das Netzgerät angeschlossen werden. Der Datenlogger wird über das Temperatur Array mit der Grundplatte verbunden und es wird geprüft, ob alle Thermoelemente von diesem erkannt werden. Bei beiden Methoden muss beim Heizen der Stäbe eine Wärmeisolierung über diese gelegt werden, um den Wärmeaustausch mit der Umgebung zu minimieren.



Abbildung 1: Versuchsaufbau [1]

**3.1 Statische Methode**

Bei der statischen Methode wird das Netzgerät bei maximaler Stromstärke auf eine Spannung von und die Abtastrate des Datenloggers auf 1 Sekunde gestellt. Der Schalter an der Grundplatte wird auf ‚HEAT‘ gestellt, um die Stäbe zu erhitzen. Nach 700 s werden die Temperaturen für die Thermoelemente notiert und der Heizvorgang solange weitergeführt, bis die Temperatur des Thermoelementes ca. 45°C beträgt. Um den Heizvorgang zu beenden wird der Schalter auf ‚COOL‘ gestellt und die Isolierung von den Stäben genommen. Die Stäbe werden solange abgekühlt bis sie alle eine Temperatur von ca. 30°C erreicht haben. Die gemessenen Daten werden dem Datenlogger entnommen. Die Temperaturverläufe für die Thermoelemente und und und werden jeweils in einem Temperatur-Zeit-Diagramm grafisch dargestellt. Zudem werden die Temperaturdifferenzen und berechnet und als Funktion der Messzeit grafisch dargestellt.

**3.2 Dynamische Methode (*Angström-Verfahren)***

Bei der dynamischen Methode wird die Abtastrate des Datenloggers auf 2 Sekunden gestellt. Die Spannung des Netzteils wird nun, ebenfalls bei maximaler Stromstärke, auf gestellt. Die Stäbe werden nun mit einer Periode von 80 s abwechselnd für 40 s erhitzt und 40 s gekühlt. Die Messung wird für mindestens 10 Perioden durchgeführt. Anschließend werden die Stäbe wieder abgekühlt. Die gemessenen Daten werden erneut dem Datenlogger entnommen und es werden die Temperaturverläufe für den breiten Messingstab ( und ) und den Aluminiumstab ( und ) grafisch dargestellt. Nach dem abkühlen der Stäbe wird der Vorgang für eine Periodendauer von 200 s wiederholt, in dem die Stäbe abwechselnd für jeweils 100 s erhitzt und gekühlt werden. Die Messung wird für mindestens 10 Perioden, oder bis eines der Thermoelemente eine Temperatur von 80°C anzeigt, durchgeführt. Die Stäbe werden anschließend abgekühlt. Die Daten werden nun ebenfalls dem Datenlogger entnommen und der Temperaturverlauf für den Edelstahlstab ( und ) grafisch dargestellt.

**4 Auswertung**

**4.1 Statische Methode**

Abbildung 2: Temperaturverlauf bei Messingstäben (Temperatur 1: breiter Stab, Temperatur 4: dünner Stab)

In Abbildung 2 und 3 sind die Temperaturverläufe der jeweils vom Perltier-Element weiter entfernten Thermoelemente dargestellt.

Abbildung 3: Temperaturverlauf der Aluminium- und Edelstahlstäbe (Temperatur 5: Aluminium, Temperatur 8: Edelstahl)

Die nach 700 s gemessenen Temperaturen betragen:

.

Nach Formel ( 1 ) wird für fünf verschiedene Messzeiten der Wärmestrom für den breiten Messingstab und den Edelstahlstab bestimmt. Die benötigten Temperaturdifferenzen zwischen den Thermoelementen werden den gemessenen Werten entnommen, bzw. aus diesen berechnet. Die Werte für werden aus der Literatur [2] und die Werte für die Querschnittsfläche aus der Versuchsanleitung [1] entnommen. Die Entfernung der Thermoelemente wird gemessen. Damit betragen die benötigten Werte:

.

Tabelle 1: Temperaturdifferenzen Edelstahl ( und Messing (

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Messzeit t [s] | [K] |  | [K] |  |
| 100 | 4,24 | -0,81 | 5,10 | -0,12 |
| 300 | 3,68 | -0,71 | 9,20 | -0,22 |
| 600 | 2,89 | -0,55 | 9,04 | -0,22 |
| 900 | 2,66 | -0,51 | 8,73 | -0,21 |
| 1200 | 2,57 | -0,49 | 8,55 | -0,21 |

Abbildung 4: Temperaturdifferenzen des breiten Messing- und Edelstahlstabes (

**4.2 Dynamische Methode**

Um mit Hilfe der dynamischen Methode für eine Periodendauer von 80 s die Wärmeleitfähigkeit für den breiten Messingstab zu bestimmen, werden zunächst aus Abbildung 5 jeweils die Amplituden und und die Phasendifferenzen der Perioden abgelesen. Der natürliche Logarithmus des Amplitudenverhältnisses und die Phasendifferenzen werden mit der Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 10 ) |

gemittelt. Der dazugehörige Fehler wird über die Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 11 ) |

berechnet.

Abbildung 5: Temperaturverläufe Messing breit, dynamische Methode (: nah, : fern)

Tabelle 2: Zur Berechnung von gemessene Werte

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| [s] | [°C] | [°C] |  |
| 16,0 | 8,15 | 3,90 | 0,74 |
| 16,5 | 8,25 | 3,75 | 0,79 |
| 16,0 | 8,50 | 4,00 | 0,75 |
| 17,0 | 8,20 | 3,75 | 0,78 |
| 18,5 | 8,40 | 3,80 | 0,79 |
| 17,4 | 7,80 | 3,65 | 0,76 |
| 16,6 | 8,45 | 3,80 | 0,80 |
| 16,0 | 8,25 | 3,70 | 0,80 |
| 17,6 | 8,00 | 3,85 | 0,73 |
| 18,0 | 8,60 | 3,60 | 0,87 |

Mit den Ergebnissen für den natürlichen Logarithmus des Amplitudenverhältnisses und der Phasendifferenz, dem Abstand der Thermoelemente und den aus der Anleitung [1] entnommenen Werten für die Dichte und spezifischer Wärmekapazität

kann mit Formel ( 8 ) die Wärmeleitfähigkeit κ berechnet werden:

Der dazugehörige Fehler wird über die Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 12 ) |

ermittelt.

Die Wellenlänge der Temperaturwelle für Messing ergibt sich nach Formel ( 9 ) zu

Der Fehler für wird hierbei über die Formel

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 13 ) |

berechnet.

Bei der Bestimmung für die Wärmeleitfähigkeit κ des Aluminiumstabes wird analog vorgegangen.

Abbildung 6: Temperaturverläufe Aluminium, dynamische Methode (: nah, : fern)

Tabelle 3: Zur Berechnung von gemessene Werte

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| [s] | [°C] | [°C] |  |
| 12,0 | 9,4 | 5,3 | 0,57 |
| 11,5 | 8,9 | 5,0 | 0,58 |
| 11,8 | 9,5 | 5,3 | 0,58 |
| 10,0 | 9,0 | 5,0 | 0,59 |
| 11,5 | 9,5 | 5,4 | 0,56 |
| 12,4 | 8,7 | 5,0 | 0,55 |
| 11,0 | 9,2 | 5,2 | 0,57 |
| 13,0 | 8,9 | 5,2 | 0,54 |
| 10,0 | 9,0 | 5,0 | 0,59 |
| 11,2 | 9,2 | 5,0 | 0,61 |

Die nach Formel ( 9 ) berechneten Werte für die Berechnung der Wärmeleitfähigkeit lauten:

.

Hierbei wurden die Werte für und ebenfalls der Anleitung [1] entnommen und der jeweilige Fehler auch hier über Formel ( 10 ) berechnet. Damit ergibt sich für Aluminium eine Wärmeleitfähigkeit von

Ebenfalls wurde hier der Fehler über Formel ( 11 ) ermittelt.

Die Wellenlänge der Temperaturwelle für Aluminium ergibt sich hier ebenfalls nach Formel ( 9 ) zu

Der Fehler wurde auch hier über Formel ( 13 ) ermittelt.

Die Wärmeleitfähigkeit von Edelstahl wird wie zuvor bei Messing und Aluminium ermittelt, jedoch beträgt die Periodendauer hier 200 s.

Tabelle 4: Zur Berechnung von gemessene Werte

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| [s] | [°C] | [°C] |  |
| 82 | 11,5 | 2,8 | 1,41 |
| 78 | 12,0 | 3,0 | 1,39 |
| 80 | 11,0 | 2,9 | 1,33 |
| 74 | 11,0 | 2,5 | 1,48 |
| 82 | 12,5 | 3,0 | 1,43 |
| 76 | 11,4 | 2,6 | 1,48 |
| 78 | 11,8 | 2,8 | 1,44 |
| 80 | 12,2 | 2,9 | 1,44 |
| 74 | 11,8 | 3,0 | 1,37 |
| 80 | 12,0 | 3,2 | 1,32 |

Abbildung 7: Temperaturverläufe Edelstahl, dynamische Methode (: nah, : fern)

Die nach Formel ( 9 ) berechneten Werte für die Berechnung der Wärmeleitfähigkeit lauten:

.

Hierbei wurden die Werte für und ebenfalls der Anleitung [1] entnommen und der jeweilige Fehler auch hier über Formel ( 10 ) berechnet. Damit ergibt sich für Edelstahl eine Wärmeleitfähigkeit von

Ebenfalls wurde hier der Fehler über Formel ( 11 ) ermittelt.

Die Wellenlänge der Temperaturwelle für Edelstahl wird wieder über Formel ( 9 ) berechnet und ergibt

Der Fehler wurde auch hier über Formel ( 13 ) berechnet.

**5 Diskussion**

Bei der statischen Methode erkennt man in Abbildung 2 und 3 jeweils für beide Messingstäbe und den Aluminiumstab, dass die Temperaturen zunächst exponentiell ansteigen. Im Laufe der Zeit flacht der Anstieg der Temperaturen ab. Bei einem Vergleich der beiden Messingstäbe mit unterschiedlich großer Querschnittsfläche fällt auf, dass bei dem breiteren Messingstab höhere Temperaturen erreicht werden, als bei dem dünneren Messingstab. Dies liegt daran, dass der Wärmetransport proportional zu der Querschnittsfläche der Stäbe , wie in Formel ( 1 ) beschrieben, ist. Durch die größere Fläche bei dem breiten Messingstab kann somit in gleicher Zeit mehr Wärme transportiert werden. Bei dem Temperaturverlauf des Edelstahlstabes in Abbildung 3 erkennt man zunächst einen Abstieg der Temperatur, daraufhin steigt aber auch hier die Temperatur zunächst leicht exponentiell an. Auch hier nimmt im Laufe der Zeit der Anstieg der Temperatur ab. Der Abstieg der Temperatur lässt sich mit einer ungenauen Messung des Datenloggers oder durch einen Fehler der Grundplatte erklären, da der Temperaturverlauf denen der anderen Stäbe ähneln müsste. Gegen Ende der Messung lässt sich beobachten, dass alle Graphen gegen unterschiedlich hohe Temperaturen streben. Die nach 700 s aufgenommenen Temperaturen der einzelnen Stäbe

lassen darauf schließen, dass Aluminium die beste Wärmeleitung besitzt, da die Temperatur des am Thermoelement , welches die Temperatur des Aluminiumstabes aufgenommen hat, am höchsten ist. Dies passt zu den in der dynamischen Methode berechneten Werten für die Wärmeleitfähigkeit κ der einzelnen Materialien.

Bei den ermittelten Temperaturdifferenzen, welche in Abbildung 4 zu sehen sind, und Wärmeströmen für Edelstahl und Messing, lässt sich beobachten, dass die Temperaturdifferenzen bei dem Edelstabstab größer als bei dem Messingstab sind. Dies folgt aus den unterschiedlichen Wärmeleitfähigkeiten der beiden Materialien. Die Wärmeleitfähigkeit von Messing ist größer als die von Edelstahl, somit breitet sich die Wärme schneller im Messingstab aus. Der betragsmäßig höhere Wärmestrom bei dem Messingstab lässt sich ebenfalls durch die Wärmeleitfähigkeit erklären. Wie man in Formel ( 1 ) sieht, ist der Wärmestrom proportional zur Wärmeleitfähigkeit, weshalb sich bei einer höheren Wärmeleitfähigkeit ein höherer Wärmestrom ergibt. Beide Temperaturdifferenzen erreichen ab ca. 100 s bei dem Messingstab und 200 s bei dem Edelstahlstab ihr Maximum. Dieses Maximum ergibt sich, da die Wärme sich zu dem Zeitpunkt erst bis zu den am Peltier-Element näher liegenden Thermoelementen fortgepflanzt hat.

Um die mit Hilfe der dynamischen Methode berechneten Werte für die Wärmeleitfähigkeit κ mit Literaturwerten zu vergleichen, wurden diese aus [2] entnommen:

Somit ergeben sich nach

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  | ( 14 ) |

Abweichungen von jeweils

Messing: 7,13%

Aluminium: 32,80%

Edelstahl: 13,1%.

Diese Abweichungen lassen sich dadurch erklären, dass das Ablesen der Amplituden und Phasendifferenzen aus den Graphen eine sehr ungenaue Methode ist, um diese zu bestimmen. Zudem könnte das Peltier-Element die Stäbe unregelmäßig geheizt und der Datenlogger und die Thermoelemente die Temperaturen nicht richtig aufgenommen haben. Um Abweichungen zu minimieren empfiehlt es sich die Messungen über einige Perioden laufen zu lassen und das Ablesen der Amplituden und Phasen öfter durchzuführen. Zudem ist darauf zu achten, dass die Datenlogger vor dem Versuch auf ihre Funktionsfähigkeit überprüft werden müssen.

Ein weiterer Punkt ist, dass einige Werte für die Leitfähigkeit von Aluminium gefunden wurden, somit auch mit Werten aus anderen Tabellen verglichen werden sollte.

**6 Literatur**

[1] Versuchsanleitung V204 Wärmeleitfähigkeit:

https://moodle.tu-dortmund.de/pluginfile.php/982985/mod\_folder/content/0/V204%20W%C3%A4rmeleitf%C3%A4higkeit.pdf?forcedownload=1

(Stand: 11.12.2019)

[2] Wärmeleitfähigkeit:

https://www.chemie.de/lexikon/W%C3%A4rmeleitf%C3%A4higkeit.html

(Stand: 11.12.2019)